Utilisation de la dérivée en sciences physiques

adaptation d'un document de M. Brivet

1- **En mathématique**, la notation y = f(x) signifie que y est une grandeur qui dépend d'une autre grandeur, notée x.
Dans la représentation graphique, y représente l'ordonnée et x l'abscisse.
La dérivée première de la fonction est notée y'(x) et sa dérivée seconde y''(x).

Cet outil est utilisé en sciences physiques avec les mêmes règles de calcul, seules les notations changent.

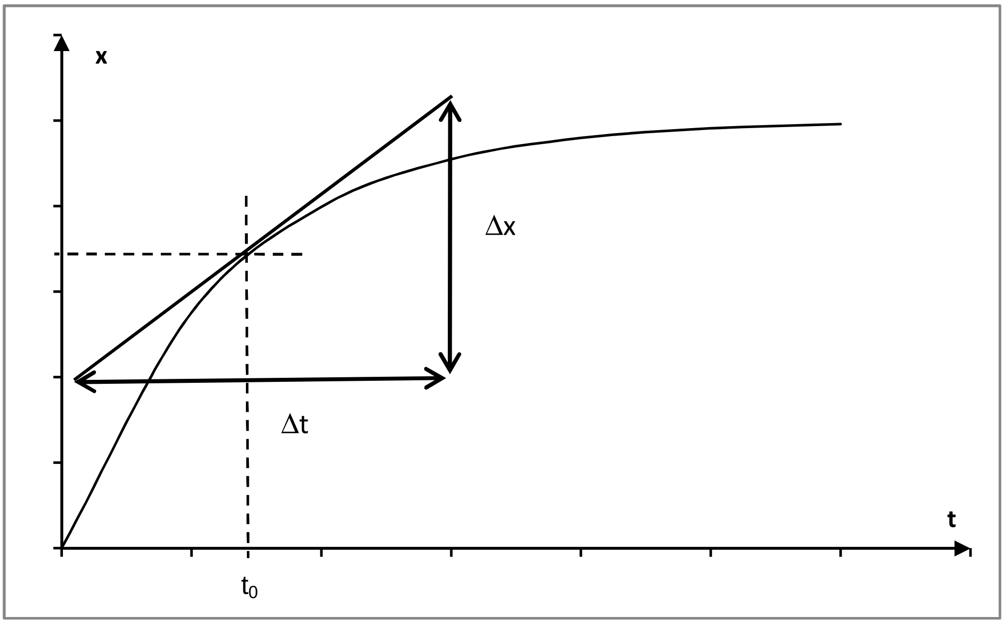
En sciences physiques, x désigne une grandeur : l'avancement d'une réaction chimique, ou la coordonnée d'un point mobile qui se déplace le long d'une droite. Cette grandeur dépend du temps.
On notera x(t) ou x = f(t) cette grandeur fonction du temps.
Sa dérivée première est notée $(\frac{dx}{dt})$ et sa dérivée seconde $\frac{d^2x}{dt^2}$.

2- En sciences physiques, les grandeurs sont mesurables et sont exprimées avec une **unité :** l'avancement x s'exprime en mol, la coordonnée x dans l'espace s'exprime en m et la date t en s.

De même, les dérivées s'expriment avec une unité :
$(\frac{dx}{dt})$ s'exprime en $mol.s^{-1}$ s'il s'agit de l'avancement en chimie, ou en $m.s^{-1}$ s'il s'agit de déplacement…
$\frac{d^2x}{dt^2}$ en $mol.s^{-2}$ ou en $m.s^{-2}$.

3- En mathématique, la dérivée correspond au **coefficient directeur de la tangente** à la courbe au point considéré : $y'(x_0) = \lim_{h\to 0}\left(\frac{y(x_0+h)-y(x_0)}{h}\right)$

De même en sciences physiques, le graphe est souvent utilisé pour calculer une dérivée : $(\frac{dx}{dt}) = \frac{\Delta x}{\Delta t}$



4- **Quelques formules utiles** :
Si $x_1(t) = at$ et $x_2(t) = bt+c$ avec a, b et c constantes, t désigne le temps.

$$\left(\frac{dx_1}{dt}\right) = a, \quad \left(\frac{dx_2}{dt}\right) = b, \quad \left(\frac{d(2x_1)}{dt}\right) = 2a, \quad \left(\frac{d(x_1.x_2)}{dt}\right) = 2abt + ac$$

Si x = a.cos(bt+c), on obtient par dérivation : $\left(\frac{dx}{dt}\right) = -absin(bt+c)$ et $\frac{d^2x}{dt^2} = -ab^2\cos(bt+c)$