

Bac blanc sciences physiques 2010 – Corrigé de l'épreuve de spécialité

avec l'aide de <http://labolycee.org>

I. DETERMINATION DE LA TENEUR EN ELEMENT AZOTE D'UN ENGRAIS

1. Étude de la réaction de titrage

1.1 $\text{NH}_4^+(\text{aq}) = \text{NH}_3(\text{aq}) + \text{H}^+(\text{aq})$; l'ion ammonium cède un proton H^+ , c'est donc un acide selon Brønsted.

1.2.1 Équation chimique		$\text{NH}_4^+(\text{aq}) + \text{HO}^-(\text{aq}) = \text{NH}_3(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$			
État du système	Avancement (mol)	Quantités de matière (mol)			
État initial	0	$n = C \cdot v$	$n_1 = C_1 \cdot v_1$	0	Beaucoup
État au cours de la transformation	x	$C \cdot v - x$	$C_1 \cdot v_1 - x$	x	Beaucoup
État final si la transformation est totale	x_{max}	$C \cdot v - x_{\text{max}}$	$C_1 \cdot v_1 - x_{\text{max}}$	x_{max}	Beaucoup
État final réel	x_f	$C \cdot v - x_f$	$C_1 \cdot v_1 - x_f$	x_f	Beaucoup

1.2.2 quantité de matière d'ions NH_4^+ introduite $n = C \cdot v = 20,0 \cdot 10^{-3} \times 0,15 = 3,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$

quantité de matière d'ions HO^- introduite $n_1 = C_1 \cdot v_1 = 10,0 \cdot 10^{-3} \times 0,15 = 1,5 \times 10^{-3} \text{ mol}$

1.2.3 $[\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]_f = 10^{-\text{pH}}$ et $K_e = [\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]_f \cdot [\text{HO}^-(\text{aq})]_f$ soit $[\text{HO}^-(\text{aq})]_f = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]_f} = \frac{K_e}{10^{-\text{pH}}}$

$[\text{HO}^-(\text{aq})]_f = \frac{n_{\text{HO}^- \text{ finale}}}{v + v_1}$ donc $n_{\text{HO}^- \text{ finale}} = [\text{HO}^-(\text{aq})]_f \cdot (v + v_1)$

$$n_{\text{HO}^- \text{ finale}} = \frac{K_e}{10^{-\text{pH}}} \cdot (v + v_1)$$

$$n_{\text{HO}^- \text{ finale}} = \frac{1,0 \times 10^{-14}}{10^{-9,2}} \times (20,0 + 10,0) \times 10^{-3} = 10^{(-14 + 9,2)} \times 3 \cdot 10^{-2} = 10^{-4,8} \times 3 \cdot 10^{-2} \approx 1,6 \cdot 10^{-5} \times 3 \cdot 10^{-2} \approx 4,8 \times 10^{-7} \text{ mol}$$

Avancement final $n_{\text{HO}^- \text{ finale}} = n_{\text{HO}^- \text{ initiale}} - x_f = n_1 - x_f$

$$x_f = n_1 - n_{\text{HO}^- \text{ finale}}$$

$$x_f = 1,5 \times 10^{-3} - 4,8 \times 10^{-7} \approx 1,5 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

1.2.4 Si les ions ammonium correspondent au réactif limitant, $C \cdot v - x_{\text{max}} = 0$ soit $x_{\text{max}} = C \cdot v$

$$x_{\text{max}} = 0,15 \times 20 \times 10^{-3} = 3,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

Si les ions hydroxyde correspondent au réactif limitant, $C_1 \cdot v_1 - x_{\text{max}1} = 0$, soit $x_{\text{max}1} = C_1 \cdot v_1$

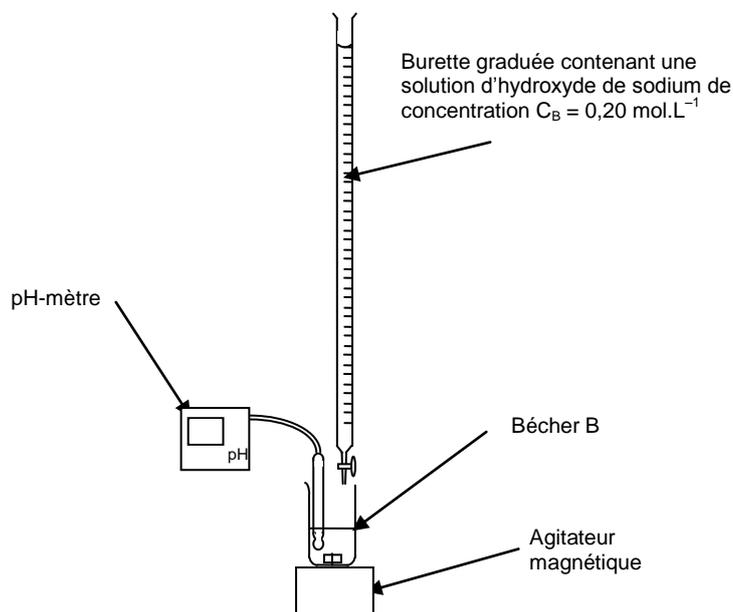
$$x_{\text{max}1} = 0,15 \times 10 \times 10^{-3} = 1,5 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$x_{\text{max}1} < x_{\text{max}}$, les ions hydroxyde correspondent au réactif limitant et $x_{\text{max}} = 1,5 \times 10^{-3} \text{ mol}$

1.2.5 $x_f = x_{\text{max}}$, donc la transformation est totale (taux d'avancement $\tau = \frac{x_f}{x_{\text{max}}} = 1$)

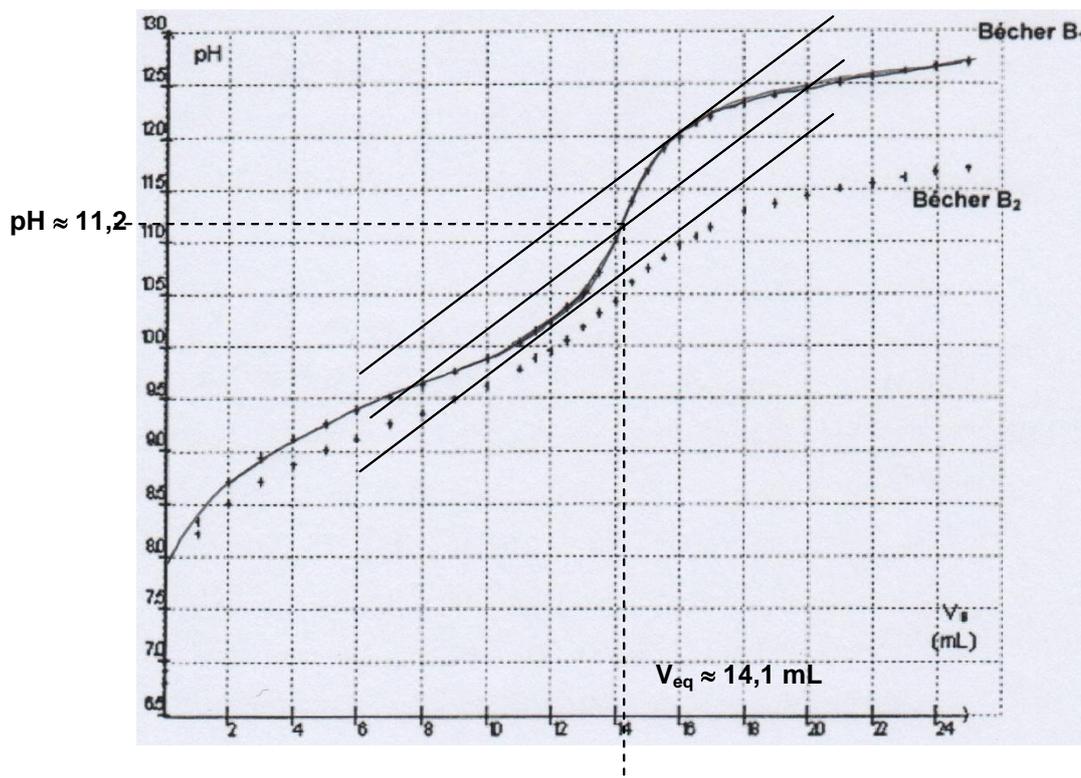
2. Titrage pH-métrique

2.1



2.2.1 La détermination la plus précise du point d'équivalence correspondra au saut de pH le plus important, soit la courbe correspondant au **bécher B₁**.

2.2.2



Les coordonnées du point équivalent sont ($V_{eq} \approx 14 \text{ mL}$; $pH_E \approx 11$)

2.2.3 L'ajout d'eau distillée ne modifie pas la quantité d'ions NH_4^+ initialement présente dans le bécher, car la transformation entre NH_4NO_3 et H_2O est totale (et H_2O est en excès aussi bien dans le becher 1 que dans le becher 2). La quantité de soude à verser pour atteindre l'équivalence (V_{eq}) n'est donc pas modifiée.

3. Détermination du pourcentage massique en élément azote dans l'engrais

3.1 L'équivalence correspond au changement de réactif limitant. On peut aussi définir l'équivalence par « À l'équivalence les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques ».

3.2 À l'équivalence les réactifs sont totalement consommés, appelons x_E l'avancement à l'équivalence:

$$n_{NH_4^+ \text{ finale}} = 0, \text{ les ions } NH_4^+ \text{ présents initialement ont été dosés } n_0(NH_4^+) - x_E = 0 \quad x_E = n_0(NH_4^+)$$

$$n_{HO^- \text{ finale}} = 0, \text{ les ions hydroxyde versés ont été consommés } n_e(HO^-) - x_E = 0 \quad \text{soit } x_E = n_e(HO^-)$$

$$n_e(HO^-) = n_0(NH_4^+)$$

$$3.3 \quad n_0(NH_4^+) = C_B \cdot V_{eq} \quad n_0(NH_4^+) = 0,20 \times 14 \times 10^{-3} = \mathbf{2,8 \times 10^{-3} \text{ mol}}$$
 dans 10 mL de solution S

3.4 On a prélevé un volume $V = 10 \text{ mL}$ de la solution S, la fiole jaugée a un volume de 250 mL soit un volume 25 fois plus grand.

$$n(NH_4^+) = 25 \times n_0(NH_4^+) = 25 \times 2,8 \cdot 10^{-3} = 70 \cdot 10^{-3} = \mathbf{7,0 \times 10^{-2} \text{ mol}}$$
 dans 250 mL de solution S

D'après l'équation de dissolution $NH_4NO_3(s) = NH_4^+(aq) + NO_3^-(aq)$ considérée **totale**, une mole de nitrate d'ammonium conduit à l'apparition d'une mole d'ions ammonium : la quantité de nitrate d'ammonium est la même que $n(NH_4^+)$.

$$\mathbf{n(NH_4NO_3) = n(NH_4^+) = 7,0 \times 10^{-2} \text{ mol}}$$

3.5 Dans une mole de nitrate d'ammonium NH_4NO_3 il y a 2 moles d'azote, soit $n(N) = 2$ moles.

$$\text{Or } n(N) = \frac{m(N)}{M(N)}, \text{ donc } m(N) = n(N) \cdot M(N) \quad m(N) = 2 \times 14 = \mathbf{28 \text{ g d'azote}}$$
 dans une mole de NH_4NO_3 .

$$\text{masse d'azote dans l'échantillon : } m = 28 \times 7,0 \times 10^{-2} = 196 \cdot 10^{-2} = \mathbf{1,96g \approx 2,0 \text{ g d'azote}}$$
 dans l'échantillon.

$$3.6. \quad \% (N) = \frac{m}{m(\text{échantillon})}, \quad \% (N) \approx \frac{2,0}{6,0} \approx 33\%.$$

Le fabricant donne un pourcentage de 34,4%, l'indication donnée par le fabricant semble correcte (écart relatif de 4%).

II. ANALOGIES ENTRE LES EVOLUTIONS TEMPORELLES D'UN SYSTEME RADIOACTIF ET D'UN SYSTEME ELECTRIQUE:

1.1. ${}_{15}^{32}\text{P} \rightarrow {}_{16}^{32}\text{S} + {}_{-1}^0\text{e}$ Conservation du nombre total de nucléons et de la charge totale.

Le noyau de soufre peut être formé dans un état excité, il émet alors une particule de lumière γ .

1.2. Si $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ alors $\frac{dN}{dt} = N_0 \cdot (-\lambda) \cdot e^{-\lambda t}$ et donc $\frac{dN}{dt} = (-\lambda) \cdot N(t)$. Ainsi, $\frac{dN}{dt} + \lambda \cdot N(t) = 0$.

1.3. La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée nécessaire pour que la moitié des noyaux radioactifs (ici de phosphore32) initialement présents ait disparu par désintégration radioactive.

Ainsi, $N(t_{1/2}) = N_0/2$ et donc $N_0 \cdot e^{(-\lambda t_{1/2})} = N_0/2$.

Donc $e^{(-\lambda t_{1/2})} = 1/2$, puis $-\lambda \cdot t_{1/2} = \ln(1/2) = -\ln(2)$ ou $\lambda \cdot t_{1/2} = \ln(2)$. Ainsi, $t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$ comme indiqué dans l'énoncé.

1.4. $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ implique: $\ln(N) = \ln(N_0) - \lambda \cdot t$.

1.5. Comme indiqué dans la formule précédente, on observe que $\ln(N) = f(t)$ est une fonction affine, car les points expérimentaux représentés dans le graphe sont très voisins d'une droite. De plus, le coefficient directeur de cette droite est bien négatif $(-\lambda)$

Pour calculer λ on prend 2 points A et B de la droite,

$$-\lambda = \frac{y(B) - y(A)}{x(B) - x(A)} \approx \frac{48,50 - 50,65}{45 - 0} = -2,15/45 \approx -2/40 = -(20 \cdot 10^{-1}) / (4 \cdot 10^1) = -5 \cdot 10^{-2} \text{ j}^{-1} \text{ donc } \lambda \approx 5 \cdot 10^{-2} \text{ j}^{-1}.$$

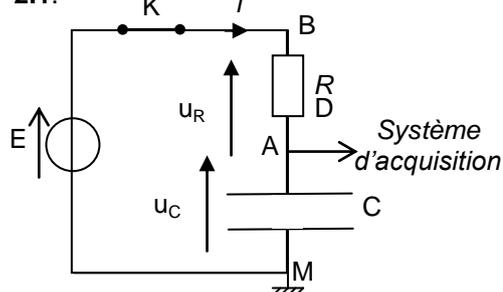
1.6. à $t=0$, $N(t) = N_0 = 1,00 \cdot 10^{22}$

D'après la définition de $t_{1/2}$, $N(t_{1/2}) = N_0/2$ et $N(2 \cdot t_{1/2}) = N(t_{1/2})/2 = N_0/4$. Donc $N_1 = 1,00 \cdot 10^{22} / 4 = 2,5 \cdot 10^{21}$.

N_1 représente le nombre de noyaux de phosphore32 encore présents dans l'échantillon à la date $t_{1/2}$. Donc le nombre de noyaux de phosphore32 désintégrés est $N'_1 = N_0 - N_1 = 7,5 \cdot 10^{21}$.

Or chaque noyau de phosphore32 disparu est transformé en noyau de soufre32. Donc le nombre N_2 de noyaux de soufre présents à la date $2 \cdot t_{1/2}$ est égal à N'_1 . Soit $N_2 = 7,5 \cdot 10^{21}$.

2.1.



2.2. En respectant les sens donnés sur le schéma, on a $E = u_R + u_C$

$$\text{Or } u_R = R \cdot i \quad \text{et } i = \frac{dq_A}{dt} \text{ avec } q_A = C \cdot u_C, \text{ donc } i = C \cdot \frac{du_C}{dt} \quad \text{Ainsi: } E = RC \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C.$$

2.3. Sur la figure 2, la tangente à la courbe en $t=0$ coupe l'asymptote à cette courbe ($u_C = 5V$) en un point d'abscisse τ . On peut aussi définir τ comme la date à laquelle $u_C = 0,63 \cdot u_{C \text{ max}} = 0,63 \times 5 = 3,15V$.

On trouve $\tau \approx 1,0 \text{ ms} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

2.4. $\tau = RC$ donc $C = \tau/R = 1,0 \cdot 10^{-3} / 10^3 = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ F}$

2.5. On sait que $u_R = R \cdot i$ et on a vu que $i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$, or $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$,

ce qui donne $\frac{du_C}{dt} = -E \cdot (-\frac{1}{RC}) \cdot e^{-t/(RC)} = \frac{E}{RC} \cdot e^{-t/(RC)}$ donc $i = \frac{E}{R} \cdot e^{-t/(RC)}$ et $u_R = R \cdot \frac{E}{R} \cdot e^{-t/(RC)}$ donc $u_R = E \cdot e^{-t/(RC)}$

soit $A = E$ et $k = \frac{1}{RC}$

Autre méthode :

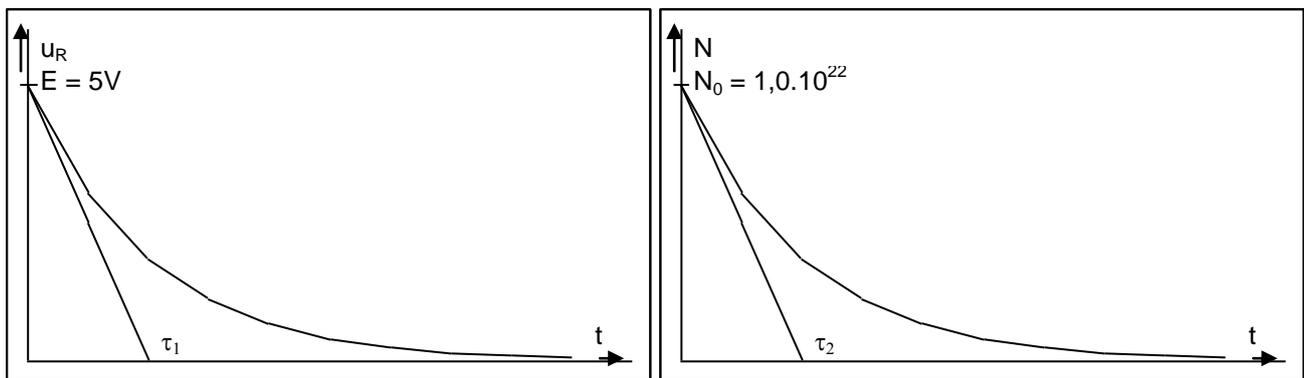
$E = u_R + u_C$, or $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

Donc $E = u_R + E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ donc $u_R = E - E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = E - E + E \cdot e^{-t/(RC)} = E \cdot e^{-t/(RC)}$ soit $A = E$ et $k = \frac{1}{RC}$

2.6. A $t=0$, $u_C = 0$. Or $E = u_R + u_C$ donc $u_R = E = 5V$.

A t infini (en fait pour $t > 5\tau$), $u_C = 5V = E$ (voir figure 2), or $E = u_R + u_C$ donc $u_R = E - u_C = E - E = 0V$.

3.1. Les 2 courbes représentant u_R en fonction du temps et N en fonction du temps sont du même type: exponentielle décroissante.



3.2. La tangente à l'origine de chacune de ces courbes coupe l'axe des abscisses en $t = \tau$ où τ représente la constante de temps.

Pour la radioactivité: $\tau_1 = 1/\lambda$

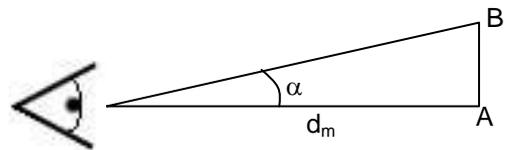
Pour le circuit RC: $\tau_2 = RC$.

Donc l'équivalent de λ dans l'étude du circuit RC est $1/\tau = \frac{1}{RC}$.

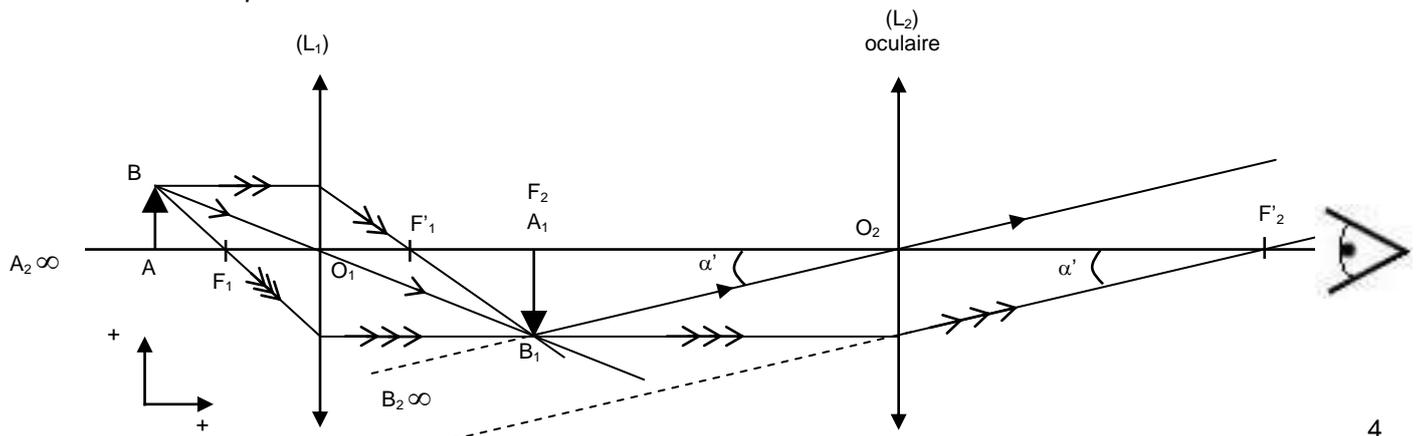
III. PRINCIPE D'UN MICROSCOPE:

1.1. $C_1 = \frac{1}{OF'_1} = \frac{1}{4.10^{-3}} = 250\delta$ $C_2 = \frac{1}{OF'_2} = \frac{1}{25.10^{-3}} = 40\delta$

1.2. $\tan \alpha = \frac{AB}{d_m} = \frac{2,5.10^{-6}}{25.10^{-2}} = 1,0.10^{-5} \approx \alpha(\text{rad})$ donc $\alpha \approx 1,0.10^{-5}$ rad



2. Le schéma n'est pas à l'échelle



- 2.1. Les foyers F et F' sont symétriques par rapport au centre optique O, pour chaque lentille
 2.2. B est situé à l'intersection de 2 (et même 3) rayons particuliers passant par B₁ (voir schéma)
 2.3. A₁ = F₂ (ou A₁B₁ est dans le plan focal objet de la lentille L₂) donc l'image A₂B₂ de A₁B₁ est située à l'infini.
 2.4. Les 2 rayons particuliers provenant de B₁ émergent de la lentille L₂ parallèlement entre eux.
 2.5. α' est l'angle que font ces rayons émergent de L₂ avec l'axe optique

3.1. distance O₁A₁ entre l'objectif et l'image A₁B₁: $O_1A_1 = O_1F'_1 + F'_1A_1 = f'_1 + F'_1F_2$
 Application: $O_1A_1 = 4 + 160 = 164 \text{ mm}$

3.2. Relation de conjugaison de Descartes : $\frac{1}{O_1A_1} - \frac{1}{O_1A} = \frac{1}{O_1F'_1}$

$$\frac{1}{O_1A} = \frac{1}{O_1A_1} - \frac{1}{O_1F'_1} \quad \text{donc } \overline{O_1A} = \left(\frac{1}{O_1A_1} - \frac{1}{O_1F'_1} \right)^{-1}$$

$$\text{Calcul en mm: } \overline{O_1A} = \left(\frac{1}{164} - \frac{1}{4} \right)^{-1} = \left(\frac{4-164}{4 \cdot 164} \right)^{-1} = \left(\frac{-160}{4 \cdot 164} \right)^{-1} = \left(\frac{-40}{164} \right)^{-1} = \left(\frac{-10}{41} \right)^{-1} = -4,1 \text{ mm}$$

$\overline{O_1A} < 0$ car A à gauche de O₁ **O₁A = 4,1 mm soit F₁A = 0,1 mm**

Si AO₁ = 4,0 mm alors A = F₁ et A₁B₁ est renvoyé à l'infini.

3.3. $\gamma_1 = \frac{O_1A_1}{O_1A}$ Application, calcul en mm: $\gamma_1 = \frac{164}{-4,1} = -40$

valeur en accord avec l'énoncé (X40), le signe indiquant un renversement de l'image par rapport à l'objet

3.4. $\gamma_1 = \frac{A_1B_1}{AB}$ donc $A_1B_1 = |\gamma_1| \cdot AB$ Application en μm: $A_1B_1 = 40 \cdot 2,5 = 100 \text{ μm}$

3.5. Par observation du schéma ci-dessus: $\tan \alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2F_2} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \approx \alpha'(\text{rad})$

$$\text{Donc } \alpha' \approx \frac{100 \cdot 10^{-6}}{25 \cdot 10^{-3}} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

3.6.1. $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-5}} = 400$

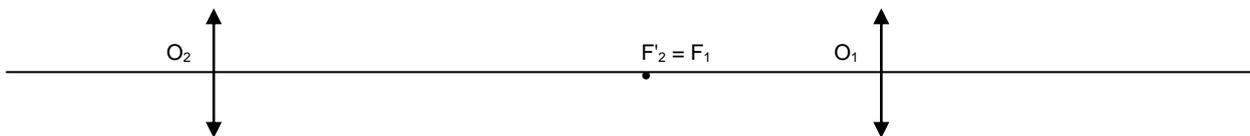
3.6.2. $G = 0,04 \cdot C_1 \cdot C_2 = 0,04 \cdot 250 \cdot 40 = 10 \cdot 40 = 400$

3.6.3. $G = |\gamma_1| \cdot G_2$ $G_2 = \frac{G}{|\gamma_1|}$ Application: $G_2 = \frac{400}{40} = 10$

4.1. L'objectif de la lunette est la lentille de plus grande focale, soit L₂, de distance focale f'₂ = 25 mm

4.2. Pour que la lunette soit afocale, il faut que le foyer image de l'objectif (L₂ ici) et le foyer objet de l'oculaire (L₁ ici) soient confondus, soit $O_2O_1 = O_2F'_2 + F'_2F_1 + F_1O_1 = f'_2 + 0 + f'_1$

Application en mm: $O_2O_1 = 25 + 4 = 29 \text{ mm}$



4.3. $G = \frac{f'_{\text{objectif}}}{f'_{\text{oculaire}}} = \frac{f'_2}{f'_1} = \frac{25}{4} \approx 6$