

Bac blanc sciences physiques 2009 – Corrigé de l'épreuve de spécialité

avec l'aide de <http://labolycee.org>

Exercice 1. DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR (7,5 points)

1- Établissement de l'équation différentielle lors de la décharge

1.1. (0,25) D'après la loi d'additivité des tensions : $u_C + u_R = 0$.

1.2. (0,25) $q_A = C \cdot u_C$

1.3. (0,5) En respectant le sens de i donné sur le schéma : $i = \frac{dq_A}{dt}$ où q_A représente la charge électrique de la borne A du condensateur

En utilisant le 1.2., il vient : $i = \frac{d(C \cdot u_C)}{dt}$ et C étant constante on a : $i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$

1.4. (0,75) D'après 1.1. $u_C + u_R = 0$ d'après la loi d'Ohm $u_R = R \cdot i$ donc $u_C + R \cdot i = 0$

d'après 1.3. $u_C + R \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} = 0$ donc $\frac{1}{RC} u_C + \frac{du_C}{dt} = 0$

Cette équation différentielle est bien de la forme $\alpha u_C + \frac{du_C}{dt} = 0$ avec $\alpha = \frac{1}{RC}$

2- Solution de l'équation différentielle

2.1. (1point) $u_C = A e^{-\beta t}$ et $\frac{1}{RC} u_C + \frac{du_C}{dt} = 0$

Exprimons tout d'abord $\frac{du_C}{dt} = \frac{d(A \cdot e^{-\beta t})}{dt} = A \cdot \frac{d(e^{-\beta t})}{dt} = -A \cdot \beta \cdot e^{-\beta t}$

Remplaçons l'expression obtenue dans l'équation différentielle : $\frac{1}{RC} A \cdot e^{-\beta t} - A \cdot \beta \cdot e^{-\beta t} = 0$

Soit $A \cdot e^{-\beta t} \left(\frac{1}{RC} - \beta \right) = 0$

Cette égalité doit être vérifiée quel que soit t , or $e^{-\beta t} > 0$ quel que soit t et A est une constante > 0 (énoncé)

donc $\frac{1}{RC} - \beta = 0$ ce qui donne si $\beta = \frac{1}{RC}$.

2.2. (0,5) à la date $t = 0$, on a $u_C(0) = U_0 = 10 \text{ V}$ (énoncé) et $u_C(0) = A \cdot e^{-\beta \times 0} = A$ donc $A = U_0 = 10 \text{ V}$

2.3. (0,5) Lors de la décharge du condensateur, la tension u_C à ses bornes décroît et $u_C(0) = U_0 = 10 \text{ V}$

La courbe 1 convient.

2.4. (0,375) $\tau = R \cdot C$ donc $[\tau] = [R] \cdot [C]$ (lire : dimension de $\tau =$ dimension de R multipliée par dimension de C)

D'après la loi d'Ohm $u_R = R \cdot i$, donc $R = \frac{u_R}{i}$ soit $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

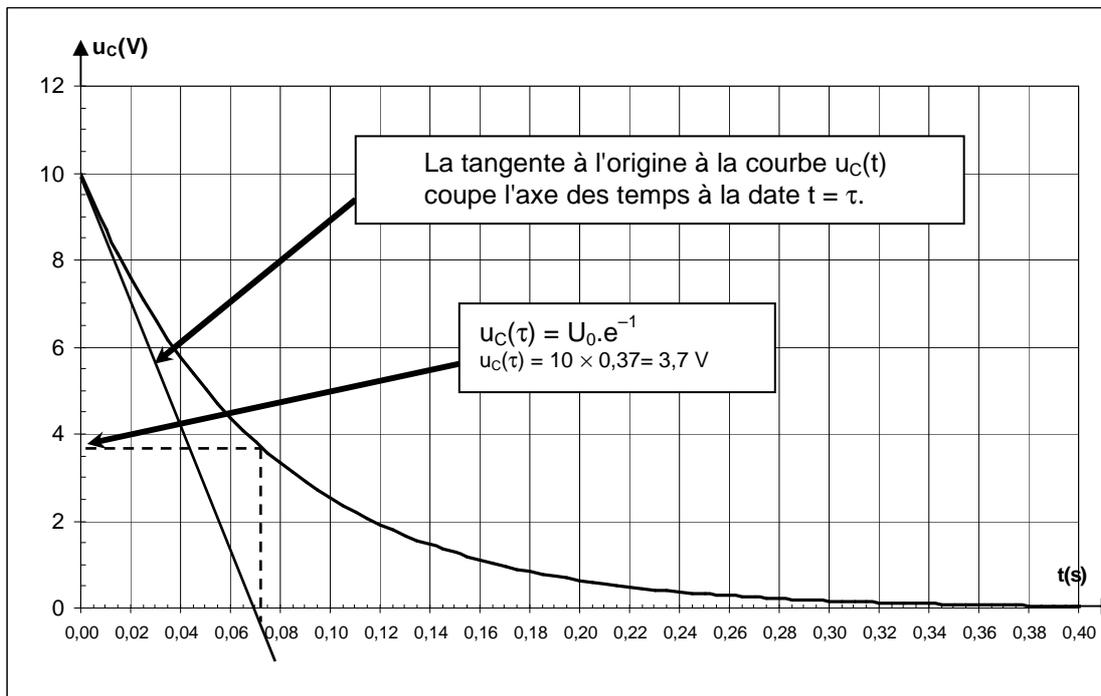
D'après le 1.3. $i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$ donc $C = \frac{i}{\frac{du_C}{dt}}$ soit $[C] = [I] \cdot \frac{[T]}{[U]}$

Finalement : $[\tau] = \frac{[U]}{[I]} \cdot [I] \cdot \frac{[T]}{[U]}$ **$[\tau] = [T]$** τ est homogène à un temps

2.5 (0,5)

Les deux méthodes conduisent à $\tau \approx 0,07 \text{ s}$.

on ne peut pas être beaucoup plus précis.



2.6. (0,375) $\tau = R.C$ donc $C = \frac{\tau}{R}$ $C = \frac{0,07}{33} \approx 2,1 \times 10^{-3} \text{ F} \approx \mathbf{2 \text{ mF}}$

3- Intensité du courant

3.1. (0,25) On a établi précédemment dans le 1.3. $i = C \cdot \frac{du_c}{dt}$

et dans le 2.1. et 2.2 $u_c = Ae^{-\beta t}$ avec $A = U_0$ et $\beta = \frac{1}{RC}$ soit $u_c = U_0 \cdot e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}$ donc $\frac{du_c}{dt} = -\frac{U_0}{RC} e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}$

finalement $i = -\frac{U_0}{R} e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}$

3.2. (0,375) $i(0) = i_0 = -\frac{U_0}{R}$ $i(0) = -\frac{10}{33} = -\mathbf{0,30 \text{ A}}$

3.3. (0,375) Seule la **courbe c** est en accord avec $i_0 < 0$ et le fait que i tend vers zéro pour $t \rightarrow \infty$ comme $e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}$

3.4. (0,25) à la date $t = 0,50 \text{ s}$ $i = -\frac{U_0}{R} e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}$ donc $i(0,50) = -\frac{10}{33} e^{-\left(\frac{0,5}{0,07}\right)} \approx -2,4 \times 10^{-4} \text{ A} \approx -\mathbf{0,2 \text{ mA}}$

3.5. (0,25) $u_c = U_0 \cdot e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}$ $u_c(0,50) = 10 \times e^{-\left(\frac{0,5}{0,07}\right)} \approx 7,9 \cdot 10^{-3} \text{ V} \approx \mathbf{8 \text{ mV}}$
ou encore $u_c = -R \cdot i$ donc $u_c = -33 \times (-0,24 \cdot 10^{-3}) = 7,9 \cdot 10^{-3} \text{ V} \approx \mathbf{8 \text{ mV}}$

3.6. (0,25) La durée écoulée est supérieure à cinq fois la valeur de la constante de temps τ , on trouve une valeur de u_c très proche de zéro. On peut considérer que **le condensateur est déchargé**.
On peut aussi accepter la réponse contraire, si elle est bien argumentée.

4. Énergie emmagasinée dans le condensateur

4.1. (0,375) $E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_c^2$ or $q_A = C \cdot u_c$ soit $u_c = \frac{q_A}{C}$ donc $E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \left(\frac{q_A}{C}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_A^2}{C}$

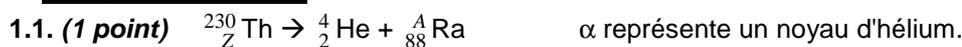
4.2. (0,375) L'énergie emmagasinée à la date $t = 0 \text{ s}$ dans le condensateur C a pour expression : $E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_0^2$

Pour le condensateur de capacité C' (avec $C' = 2C$), on a $E' = \frac{1}{2} \cdot C' \cdot U_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 2C \cdot \left(\frac{U_0}{2}\right)^2 = C \cdot \frac{U_0^2}{4}$

On constate que $E' = \frac{E}{2}$ alors **$E' < E$**

Exercice 2 TEMPS DE DEMI-VIE ET TEMPS DE DEMI-REACTION (7,5 points)

1. Temps de demi-vie



On applique les lois de conservation de Soddy:

- conservation du nombre de nucléons, donc $230 = 4 + A$ soit $A = 226$
- conservation de la charge électrique donc $Z = 90 = 2 + 88$ soit $Z = 88$



1.2. (0,5) Le temps de demi-vie est la **durée** au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon s'est désintégrée.

Donc à $t = t_{1/2}$, on a $N(t_{1/2}) = N_0 / 2$. Soit $N(t_{1/2}) / N_0 = 0,5$

Graphiquement, on cherche la date pour laquelle pour $N(t)/N_0 = 0,5$, on vérifie alors que $t_{1/2} = 7,5 \times 10^4$ années.
Attention le graphique donné n'est pas $N(t)$ mais bien $N(t)/N_0$

1.3. (0,5) Loi de décroissance radioactive: $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda \cdot t}$

$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$ $\lambda = \frac{\ln(2)}{7,5 \cdot 10^4}$ $\lambda = \mathbf{9,2 \times 10^{-6} \text{ année}^{-1}}$

1.4. (0,25) Le temps de demi-vie est caractéristique de la **nature des noyaux**. Il est indépendant des autres paramètres.

La constante radioactive λ est aussi une grandeur caractéristique de la nature du noyau radioactif considéré. C'est une considération à ne pas oublier pour la question 1.6.

1.5. (1 point) Pour répondre à cette question, on applique les lois de conservation de Soddy:

• 1^{ère} transformation:



${}^4_2\text{X}$ est donc un noyau d'hélium ${}^4_2\text{He}$, la **première désintégration est de type α** .

• 2^{nde} transformation:



${}^0_{-1}\text{X}$ est un électron ${}^0_{-1}e$, la **seconde désintégration est du type β^-** .

- Accès à Z_4 et Z_5 : un élément chimique est caractérisé par son numéro atomique Z .

Le noyau ${}_{Z_4}^{234}\text{U}$ appartient à l'élément uranium, donc $Z_4 = 92$.

Le noyau ${}_{Z_5}^{230}\text{Th}$ appartient à l'élément thorium, donc $Z_5 = 90$.

1.6.1. (0,5) $A(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$ avec $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda \cdot t}$

On dérive la fonction $N(t)$ par rapport à la variable t : $\frac{dN(t)}{dt} = N_0 \cdot (-\lambda) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ (N_0 et λ étant indépendantes de t)

Donc $A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = -N_0 \cdot (-\lambda) \cdot e^{-\lambda \cdot t} = \lambda \cdot (N_0 \times e^{-\lambda \cdot t})$ soit $A(t) = \lambda \cdot N(t)$

1.6.2. (0,5) Appelons $\lambda(\text{Th})$ la constante radioactive du noyau de ${}^{230}\text{Th}$ et $N_t(\text{Th})$ le nombre de noyaux radioactifs de Thorium présents à la date t . L'activité provenant de la population de noyaux de thorium 230 dans l'échantillon à date t est donnée par $A_t(\text{Th}) = \lambda(\text{Th}) \cdot N_t(\text{Th})$

Avec des notations semblables, l'activité de la population de noyaux d'uranium 238 à la date t est donnée par $A_t(\text{U}) = \lambda(\text{U}) \cdot N_t(\text{U})$

A « l'équilibre séculaire », les deux populations des noyaux d' « uranium 238 » et de « thorium 230 » ont même activité. Donc $\lambda(\text{Th}) \cdot N_t(\text{Th}) = \lambda(\text{U}) \cdot N_t(\text{U})$

Soit $\frac{N_t(\text{Th})}{N_t(\text{U})} = \frac{\lambda(\text{U})}{\lambda(\text{Th})}$, or $\lambda(\text{Th})$ et $\lambda(\text{U})$ sont indépendantes du temps donc le rapport $\frac{N_t(\text{Th})}{N_t(\text{U})}$ est constant.

2. Temps de demi-réaction :

2.1. (0,5) L'équation d'une réaction d'oxydo-réduction s'obtient par l'addition de deux demi-équations.

La première pour le couple indiqué $\text{O}_2 / \text{H}_2\text{O}_2$



La deuxième pour le couple $\text{H}_2\text{O}_2 / \text{H}_2\text{O}$ recherché



Bilan (1)+(2): $2 \text{H}_2\text{O}_2 = \text{O}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$ équivalent à : $\text{H}_2\text{O}_2 = \frac{1}{2} \text{O}_2 + \text{H}_2\text{O}$

2.2. (0,25) La transformation chimique est lente car la transformation chimique dure environ 40 minutes.

La transformation chimique est totale car en fin de transformation $[\text{H}_2\text{O}_2] = 0 \text{ mol.L}^{-1}$, le seul réactif (donc limitant) est totalement consommé.

2.3. (1,125) Le temps de demi-réaction est la durée nécessaire pour que l'avancement x atteigne la valeur $x_{\text{final}}/2$.

Ici la transformation est **totale**, soit $x_{\text{final}} = x_{\text{max}}$ donc pour $t = t_{1/2}$ on a $x = \frac{x_{\text{max}}}{2}$.

Détermination de $t_{1/2}$:

On considère un volume V de solution

On observe que

$x_{\text{max}} = [\text{H}_2\text{O}_2]_0 \cdot V = 9,0 \cdot 10^{-2} \cdot V$

	avancement	H_2O_2	$= \frac{1}{2} \text{O}_2$	$+ \text{H}_2\text{O}$
état initial	0	$[\text{H}_2\text{O}_2]_0 \cdot V = 9,0 \cdot 10^{-2} \cdot V$	0	solvant
état intermédiaire	x	$[\text{H}_2\text{O}_2]_0 \cdot V - x$	x	solvant
état maximal	x_{max}	$[\text{H}_2\text{O}_2]_0 \cdot V - x_{\text{max}}$	x_{max}	solvant

Donc à $t_{1/2}$ on a $x = [\text{H}_2\text{O}_2]_0 \cdot V / 2 = 4,5 \cdot 10^{-2} \cdot V$ donc $[\text{H}_2\text{O}_2] = \frac{[\text{H}_2\text{O}_2]_0 \cdot V - x}{V} = [\text{H}_2\text{O}_2]_0 / 2 = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$

Lecture graphique : courbe a, pour $[\text{H}_2\text{O}_2] = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ on lit $t \approx 5 \text{ min}$. Donc $t_{1/2} \approx 5 \text{ min}$.

2.4. (0,25) Effet de la concentration initiale

Pour $[\text{H}_2\text{O}_2]_0 = 1,8 \times 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$, la courbe b permet de déterminer $t_{1/2} \approx 5 \text{ min}$.

Il semble que la concentration molaire initiale n'ait que peu ou pas d'influence sur la valeur du temps de demi-réaction.

2.5. (0,125) Effet de la température

Avec une température plus faible et $[\text{H}_2\text{O}_2]_0 = 9,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$, l'allure de la courbe est la même (décroissance exponentielle), mais $[\text{H}_2\text{O}_2] = 0 \text{ mol.L}^{-1}$ après une durée plus longue et $t_{1/2}$ sera plus élevé.

3. (1 point) Conclusion

Facteurs qui peuvent influencer	Age de l'échantillon	Quantité initiale de noyaux ou concentration des réactifs	Température du milieu	Nature du noyau ou des réactifs
le temps de demi-vie	Indépendant	Indépendant	Indépendant	Dépendant
le temps de demi-réaction	Indépendant (paramètre non étudié ici)	Indépendant (dans cet exercice)	Dépendant	Dépendant (paramètre non étudié ici)

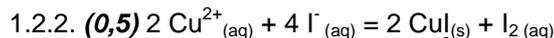
III. spécialité DOSAGE DES IONS CUIVRE II (5 points)

1. Une première méthode de dosage :

1.1.1. **(0,25)** On cherche à déterminer la concentration en ion Cu^{2+} . La transformation 2 permet de déterminer la quantité de diiode produite par la transformation 1. Ce qui permet d'en déduire la quantité d'ions Cu^{2+} initialement présente dans la solution S_1 à condition que ces ions soient entièrement consommés lors de la transformation 1. Pour cela, ils doivent constituer le réactif en défaut, les ions iodure étant en excès.

1.1.2. **(0,25)** Il s'agit d'un dosage indirect: l'ion Cu^{2+} dont on cherche à déterminer la concentration ne participe pas à la réaction pour laquelle on recherche l'équivalence (réaction 2).

1.2.1. **(0,5)** Pour le corrigé, on désigne par $n(\text{S}_2\text{O}_3^{2-})$ la quantité d'ions thiosulfate qui a réagi à l'équivalence et par $n(\text{I}_2)$ celle de diiode I_2 . Comme le système est à l'équivalence, les quantités de matière introduites de ces réactifs sont dans les proportions stœchiométriques : $n(\text{I}_2) = \frac{n(\text{S}_2\text{O}_3^{2-})}{2}$



Pour le corrigé, on désigne par $n(\text{Cu}^{2+})$ la quantité d'ions cuivre mise en jeu et $n(\text{I}_2)$ celle de diiode. A noter que le diiode produit par la réaction (1) est aussi le diiode consommé par la réaction (2) à l'équivalence.

	2Cu^{2+}	+	4I^{-}	→	2CuI	+	I_2
état initial	$n(\text{Cu}^{2+})$		$n(\text{I}^{-})$		0		0
état intermédiaire	$n(\text{Cu}^{2+}) - 2x$		$n(\text{I}^{-}) - 4x$		$2x$		x
état final	$n(\text{Cu}^{2+}) - 2x_{\text{max}} = 0$		$n(\text{I}^{-}) - 4x_{\text{max}} > 0$		$2x_{\text{max}}$		$n(\text{I}_2) = x_{\text{max}}$

L'ion I^{-} est en excès et la réaction est totale, donc l'ion Cu^{2+} a totalement disparu: $n(\text{Cu}^{2+}) - 2x_{\text{max}} = 0$.
 Il se forme une quantité x_{max} de diiode: $n(\text{I}_2) = x_{\text{max}}$ Donc $n(\text{I}_2) = n(\text{Cu}^{2+}) / 2$.

1.2.3. **(0,5)** $n(\text{Cu}^{2+}) = 2 n(\text{I}_2) = n(\text{S}_2\text{O}_3^{2-}) = [\text{S}_2\text{O}_3^{2-}] \cdot V_E = 0,40 \cdot 12,4 \cdot 10^{-3} = 4,96 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$.
 $[\text{Cu}^{2+}] = n(\text{Cu}^{2+}) / V_1 = 4,96 \cdot 10^{-3} / 20,0 \cdot 10^{-3} = 0,248 \text{ mol/L} \approx 0,25 \text{ mol/L}$.

2. Deuxième méthode de dosage :

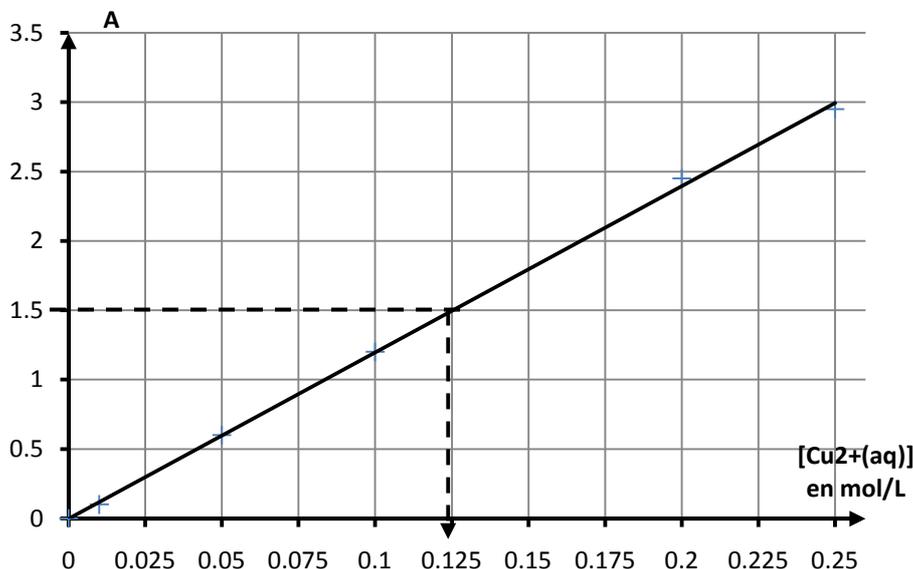
2.1. **(1 point)** Lors d'une dilution il y a conservation de la matière. Si on appelle V_m le volume prélevé de solution mère et V_{d2} celui de la solution S_{d2} à constituer, on a
 $V_m \cdot [\text{Cu}^{2+}]_{S_m} = V_{d2} \cdot [\text{Cu}^{2+}]_{S_{d2}}$ donc $V_m = V_{d2} \cdot [\text{Cu}^{2+}]_{S_{d2}} / [\text{Cu}^{2+}]_{S_m}$.
 A.N. $V_m = 50 \cdot 0,200 / 0,500 = 20,0 \text{ mL}$.

On place un peu de solution S_m dans un becher, on prélève le volume V_{d2} à l'aide d'une pipette jaugée de contenance 20 mL (pipette propre et sèche, ou rincée avec la solution S_m), le prélèvement est placé dans une fiole jaugée de contenance 50 mL (fiole propre et sèche ou rincée à l'eau distillée), on y ajoute un peu d'eau distillée, on agite, la fiole est enfin complétée d'eau distillée jusqu'au trait de jauge et à nouveau agitée pour la rendre homogène. On peut revoir la fiche-méthode du livre de chimie de 1èreS pages 300-301, édition Hachette.

2.2.1. **(0,25)** On souhaite que l'absorbance ne dépende que de la concentration en ions Cu^{2+} . La manipulation décrite permet, pour ce faire, de ne pas tenir compte de l'absorbance de la cuve et du solvant (ici l'eau distillée). C'est ce qu'on appelle "faire le blanc".

2.2.2. **(0,25)** On peut tracer une droite qui passe par l'origine et au voisinage de tous les points expérimentaux.
 Il y a donc proportionnalité entre l'absorbance A et la concentration en ions cuivre II $[\text{Cu}^{2+}]$. C'est la loi de Beer-Lambert.

2.3.1. **(0,5)** L'abscisse du point d'ordonnée $A = 1,5$ nous permet de déterminer la concentration en ions $\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})}$ de la solution S_2 :
 $[\text{Cu}^{2+}]_{S_2} = 0,125 \text{ mol/L}$.
 La solution S_2 correspond à la solution S_1 diluée d'un facteur 2.
 On a donc :
 $[\text{Cu}^{2+}]_{S_1} = 2 \cdot [\text{Cu}^{2+}]_{S_2} = 0,250 \text{ mol/L}$.



2.4. **(0,25)** Il s'agit d'un dosage par étalonnage, aucune réaction chimique n'ayant lieu ici et la mesure se faisant par comparaison d'absorbance avec des solutions étalons.

3. Validité des dosages

3.1. **(0,5)** Quantité de soluté: $n = m / M = 15,6 / 249,6 = 6,25 \cdot 10^{-2}$ mol.

Il se forme 1 mole d'ion Cu^{2+} par mole de soluté ($\text{CuSO}_4, 5 \text{H}_2\text{O}$) donc $n(\text{Cu}^{2+}) = 6,25 \cdot 10^{-2}$ mol.

La concentration en ions Cu^{2+} est donnée par $[\text{Cu}^{2+}] = n(\text{Cu}^{2+}) / V = 6,25 \cdot 10^{-2} / 0,250 = 0,250$ mol/L.

3.2. **(0,25)** Les dosages confirment la valeur calculée ici. Chacun d'entre eux donne une valeur précise de cette concentration. (L'incertitude relative lors d'une mesure peut être de l'ordre de 5%).